ワイヤレス給電の等価回路抽出法 [1]

有限会社ソネット技研 石飛 徳昌
http://www.SonnetSoftware.co.jp/

2011 年 6 月 13 日

概要

磁界共鳴方式のワイヤレス給電の等価回路の重要なパラメータをシミュレーションや実験から抽出する方法を解説する．

1　等価回路トポロジ

図 1 に等価回路を示す．ワイヤレス給電では回路素子 L, C, R よりも k, Q, ω_o こそが重要なパラメータである．低い周波数の測定や，シミュレーションではこれらのパラメータをインピーダンスやアドミタンスから求めることができるが，高い周波数では S パラメータの測定に頼らざるを得ない．以下では両方の方法を紹介する．

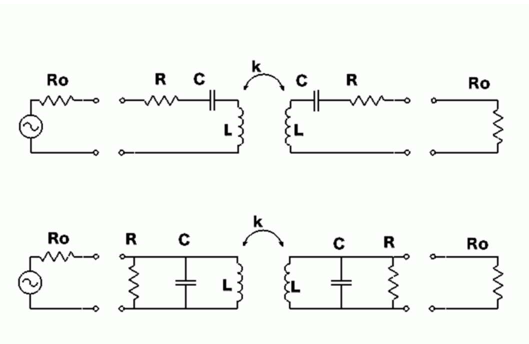

図 1　磁気共鳴方式のワイヤレス給電系の等価回路の例 (上) 直列共振回路を使った場合 (下) 並列共振回路を使った場合

2　ω_O と Q の抽出

図 1 (上) の直列共振回路を使った場合，$k = 0$ なら，左端の信号源から右側を見たインピーダンスは

$$\dot{z}(\omega) = \frac{1}{\omega_o C}\left(\frac{1}{Q} + j\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)\right) \tag{1}$$

$$Q = \frac{1}{\omega_o CR}, \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \tag{2}$$

．同様に図 1（下) の並列共振回路の場合には

$$\dot{y}(\omega) = \frac{1}{\omega_o L}\left(\frac{1}{Q} + j\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)\right) \tag{3}$$

$$Q = \frac{1}{\omega_o LG}, \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \tag{4}$$

.

2.1　ω_o

$\omega = \omega_o$ では式 (1) は $\dot{z}(\omega_o) = R$，式 (3) は $\dot{y}(\omega_o) = G$ なる極値をとるから，

- 入出力の共振器を分離しておいて ($k = 0$)
- $|\dot{z}|$ なり $|\dot{y}|$ が極値をとる周波数が ω_o

である．一方 S パラメータを使う場合は

- 入出力の共振器を分離しておいて ($k = 0$)
- 微小容量か微小ループを介して測定器と疎結合させ
- $|\dot{S}_{11}|$ が極値をとる周波数

から ω_o を知ることができる．

2.2　Q

式 (1) で $|\dot{z}(\omega)| = \sqrt{2}\cdot|\dot{z}(\omega_o)|$，式 (3) で $|\dot{y}(\omega)| = \sqrt{2}\cdot|\dot{y}(\omega_o)|$ となるような ω では，式 (1) と式 (3)

の括弧内が

$$\frac{1}{Q}=\pm(\frac{\omega}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega}) \tag{5}$$

となるはずだから，これを ω について解き，得られる二つの解 ω_1 と ω_2 の差を半値幅 ω_b とすると

$$Q=\frac{\omega_o}{|\omega_1-\omega_2|}=\frac{\omega_o}{\omega_b} \tag{6}$$

となる．このことから

- 入出力の共振器を分離しておいて $(k=0)$
- $|\dot{z}|$ なり $|\dot{y}|$ の半値幅 ω_b を測定

すれば Q を知ることができる．一方 S パラメータを使う場合は

- 入出力の共振器を分離しておいて $(k=0)$
- 反射が起こらないよう測定器と臨界結合させ
- $|\dot{S}_{11}|$ が $-3(db)$ となる半値幅周波数 ω_b を測定し
- $Q=2\cdot\frac{\omega_o}{\omega_b}$

で Q を知ることができる．

2.3　L または C

$\omega\ll\omega_o$ の時，式 (1) は $\dot{z}(\omega)=R-j\frac{1}{\omega C}$，式 (3) は $\dot{y}(\omega)=G-j\frac{1}{\omega L}$ となり，しかも多くの場合は $R\ll\frac{1}{\omega C}$，$G\ll\frac{1}{\omega L}$ だから，

- 入出力の共振器を分離しておいて $(k=0)$
- ω_o より十分低い周波数 ω で
- $|\dot{z}|$ なり $|\dot{y}|$ を測定すれば

C，L を知ることができる．

この測定の実数部から R,G を得てはならない．なぜなら R,G も厳密には周波数依存性をもっているので ω_o での損失成分は上記 2.2 の方法で把握したほうが信頼できる．

2.4　k

図 1(下) の並列共振回路の場合，両端の端子対から内側を見た 2 端子対インピーダンスパラメータは，$\omega\ll\omega_o$ の時

$$\dot{z_{11}}=\dot{z_{22}}\approx j\omega L \tag{7}$$
$$\dot{z_{21}}=\dot{z_{12}}\approx j\omega kL=j\omega M \tag{8}$$

なので

- 入出力の共振器を互いに所定の位置に配置して
- ω_o より十分低い周波数 ω で
- $\frac{|\dot{Z_{21}}|}{|\dot{Z_{11}}|}$ が結合係数 k となる．

図 1(上) の直列共振回路の場合，このように容易に k を求める方法がなく，共振周波数の周りの伝達周波数特性から k を抽出しなければならない．なお，同じ理由で静電結合の場合は図 1(上) の直列共振回路のほうが k の抽出が容易になる．

一方 S パラメータを使う場合は，$k<Q$ の範囲では $|\dot{S}_{11}|$ が極小になる二つの角周波数の差

$$\omega_o\frac{\sqrt{(kQ)^2-1}}{Q} \tag{9}$$

から，そして $k>Q$ の範囲では $|\dot{S}_{21}|(db)$ の極大値

$$20\cdot log\frac{2kQ}{1+(kQ)^2} \tag{10}$$

から k を求めることができる．[2]

参考文献

[1] “Sonnet による磁気トランスの解析 – 13.56MHzRFID とワイヤレス給電,” 石飛, 2010 年 4 月 1 日. 13.56$MHzRFID$ や共鳴型ワイヤレス給電の電磁界解析結果と等価回路のより詳しい解説.

[2] “基礎課程電気回路,” 本郷廣平,1978 実教出版. 回路網理論の初歩の教科書．類書は多い．

付録 A　厳密ではないが便利な近似式

この分野でよく使われる扁平なインダクタで巻線同士が非常に密に結合しているとすると

$$L\propto N^2\cdot S \tag{11}$$

ここに L はインダクタンス，N は巻き数，S は巻線が取り囲む面積．このインダクタが距離 l を隔てて対向している場合の結合係数 k は

$$\ln k\propto-\frac{l}{\sqrt{S}} \tag{12}$$

.