

Sonnet Lite 電磁界シミュレータのユーザー定義関数

The User Defined Functions of the Sonnet Lite free Electromagnetic Simulator

石飛徳昌

N.Ishitobi

有限会社ソネット技研

Sonnet Giken Co., Ltd.

あらまし： 無料の電磁界シミュレータ Sonnet Lite ではモデルに与えるほとんどのパラメータを数値だけでなく関数として定義することができる。また解析結果として S パラメータだけでなく、ユーザー自身が定義した関数をグラフにプロットすることができる。これらの機能を利用すれば Sonnet Lite に備わっていない解析モデルを実現したり、アプリケーションに適した独自の評価パラメータを使って解析結果を評価したりすることができる。本小論ではそのような例として“CRLH 線路の位相定数”、“周波数依存性をもった高誘電率材料を使ったキャパシタ”そして“温度依存性のある超電導導体で形成された高Qファクタ共振器を使った KID”を紹介する。

キーワード： 電磁界シミュレータ, ユーザー定義関数, 誘電体, 超伝導導体, 位相定数, Qファクタ

keywords : electromagnetic simulator, user-defined function, dielectric material, superconductor, phase constant, quality factor

1 Sonnet Lite とは

Sonnet Lite は商用の高周波用電磁界シミュレータ Sonnet [1] のいわゆる試用版である。Sonnet Lite を使えば電磁界シミュレータに多額の投資をする前に、境界条件、メッシュ、ポートの構造、解析結果の意義など電磁界シミュレータの利用に必要な概念を習得することができる。商用版に比べると機能は制限されているが、営利目的の使用も認められているし、使用期間の制限もないので、実用的な回路やシステムを構成する要素の設計に使用できる(図1)。

■ S パラメータ以外の評価パラメータ Sonnet Lite だけでなく高周波用のツールのほとんどがデフォルトで S パラメータを出力する。 S パラメータは業界標準の Touchstone 形式 [2] のファイルに記録され、データの交換や比較に便利である。しかし S パラメータは解析結果の評価には必ずしも適していない。例えば、

- 磁気トランスでは、自己インダクタンス L と結合係数 k [3]
- ワイヤレス給電システムでは、 kQ 積 [4] [5]
- 伝送線路では、特性インピーダンス Z_0 と伝搬定数 γ [6]
- 増幅器では、安定係数 k [7]

など、 S パラメータだけでなく、それぞれの目的に応じたパラメータで評価しなければならない。

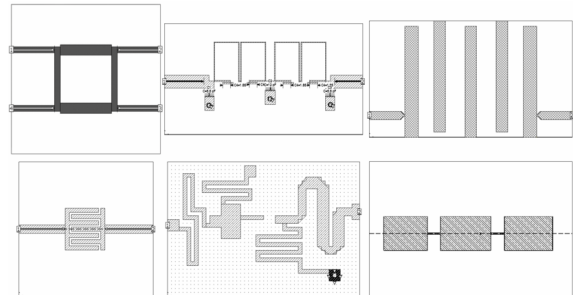


図1 Sonnet Lite で設計できる典型的な回路
(上左から 90°カプラ, チップ部品を含む LPF,BPF.
下左からインターデジタルキャパシタ, 共振のある
シールドケース内のアンプの整合回路, 3素子広帯
域パッチアンテナ)

■Emgraph のユーザー定義関数 Emgraph は Sonnet Lite の解析結果をグラフにプロットするプログラムモジュールである。Emgraph は単独で動作する軽量のプログラムで、Sonnet Lite の解析結果だけでなく、測定器やインターネットから入手した Touchstone 形式のファイルをドロップするだけでグラフにプロットすることができる。さらに Emgraph は S パラメータを引数として、ユーザーが独自に定義した関数もグラフにプロットすることができる。この機能により Touchstone 形式のファイルに記録された解析結果や測定結果を、その目的に最も適したパラメータに変換して評価することができる。

本小論ではその例として“CRLH 線路の位相定数”と“KID に使用される共振器の Qファクタ”を抽出

する関数を紹介する。

■シミュレータの限界 シミュレータは、ユーザーが与えた解析モデルをあらかじめ想定した目的と範囲の中で準備した数学モデルを使って解析する。当然ながら現実のすべての物理現象を再現することはできない。例えば、高周波用のシミュレータの多くは、導体の抵抗が周波数の平方根に比例する導体モデルを使用している。これは高周波での使用を想定している限り正しいが、非常に低い周波数では誤った結果になる [8]。

■Sonnet Lite におけるユーザー定義関数 Sonnet Lite では解析モデルに与えるほとんどのパラメータを数値だけでなく変数や関数で定義することができる。さらにその関数の引数として別の変数や解析周波数を使うことができる。この機能によって Sonnet Lite が想定していない用途や、高価な製品版でしか利用できない機能を使用した解析モデルをユーザー自身で作り出すことができる。

本小論ではその例として“高誘電率材料の温度依存性”と“KID に使われる超電導導体の温度依存性”を実現する関数を紹介する。

2 CRLH 線路の位相定数による評価 [9][10]

CRLH(Composite Right/Left-handed) 線路は多数の単位セルを縦続接続して構成するメタマテリアル線路である。伝搬定数 β を自然には存在しない値に設定することができ、それにより回路の小型化や新しい機能を実現することができる。設計は線路全体でなく単位セルに対して行われる。図 2 は典型的な

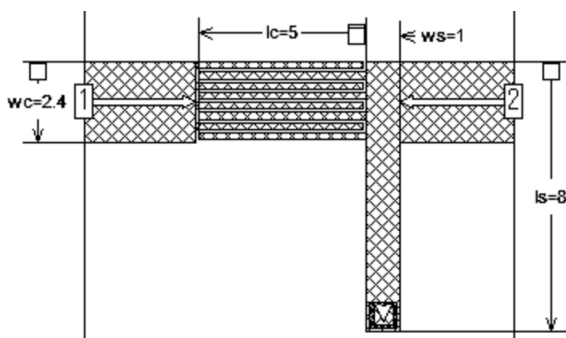


図 2 CRLH 線路の単位セルモデル
単位セルの解析規模は小さく Sonnet Lite で解析できる。

CRLH 線路*1 の単位セル分のモデルである。

この単位セルは Sonnet Lite で容易に解析し、図 3 のように S パラメータをプロットすることができる。しかし、単位セルの S パラメータから CRLH 線路全体の特性を把握することはできず、単位セルの S パラメータから位相定数を次式を使って抽出しなければならない。

$$\beta_p = \cos^{-1} \frac{1 - S_{11}S_{22} + S_{21}S_{12}}{2S_{21}} \quad (1)$$

この演算は困難ではないが、複素数を扱いやすい環境を使用することが望ましいであろう。Sonnet の Emgraph のユーザー関数機能は複素数を直接扱うことができるので、式 1 を下記のように直接記述する

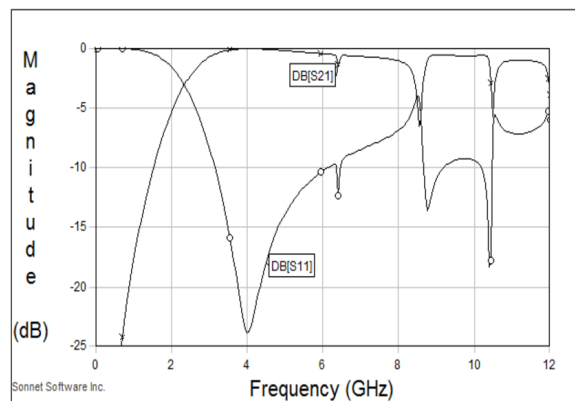


図 3 単位セルの S パラメータ
単位セルの S パラメータから CRLH 線路の性質を読み取ることはできない。

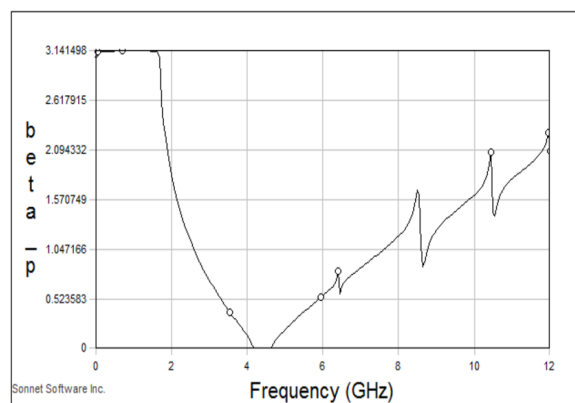


図 4 単位セルの位相定数 β_p
グラフから 1.6GHz 以下で位相定数 $|\beta_p| = \pi$ 、4.2GHz 付近で位相定数 $|\beta_p| = 0$ になることを明確に読み取ることができる。

*1 文献 [9] “3.3 REAL DISTRIBUTED 1D CRLH STRUCTURES” にこのモデルの設計について解説がある。

ことができる*2 *3 .

$$\text{ACOS}((1-(S11*S22)+(S21*S12))/(2*S21))$$

図4はこの単位セルの位相定数 β_p のグラフである。4.2GHzを境にCRLH線路の伝搬方向が逆転することを明確に読み取ることができる*4.

3 周波数依存誘電率による電磁界解析モデルの改良 [11]

■高誘電率材料の性質 高誘電率材料の複素比誘電率 ϵ_r は無視できない周波数依存性を示す場合がある [12]. 例えば $SrTiO_3$ 系材料の複素比誘電率 ϵ_r は図5に示すように周波数に依存して変化する [13]. “Cole-Coleの円弧則”によれば高誘電率材料の複素比誘電率 ϵ_r の周波数依存性は次式で表現される [14]

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_{r\infty} + \frac{(\epsilon_{r0} - \epsilon_{r\infty})}{1 + (j\omega\tau_0)^{1-\alpha}} \quad (2)$$

ここに τ_0 は ϵ_r' が最大となる角周波数 ω_{0d} の逆数、 ϵ_{r0} は ω_{0d} より十分低い周波数での ϵ_r' 、 $\epsilon_{r\infty}$ は ω_{0d} より十分高い周波数での ϵ_r' 、 α は0~1の間を取る係数で、 ω_{0d} における ϵ_r' を決定づける。

■高周波シミュレータにおける誘電体材料のモデル 高周波用の小容量キャパシタでは、比誘電率は低いが周波数依存性の少ない誘電体材料を使用しているし、従来の高周波回路の多くは1decade以下の比較的狭い周波数領域で設計されていた。そのような利用法を想定した高周波用シミュレータは、誘電体材料を $\epsilon_r, \tan \delta$ で定義し、それらの周波数依存性を無視するか $\tan \delta \propto \omega$ で近似している。

しかし広帯域パルスを扱う回路では信号のエネルギーが数decadeの広帯域に及ぶ可能性があり、しかも低周波用の大容量のキャパシタでは周波数依存性の強い高誘電率材料が使用されている。この場合は

誘電体座料の周波数依存性を考慮した解析モデルが必要になる。

■Xgeom:モデル入力モジュールへのユーザー定義関数の設定 XgeomはSonnet Liteのモデルの形状やパラメータを設定するプログラムモジュールである。Xgeomでは解析モデルに与える数値データのほとんどを変数や関数*5で定義することができ、さらにその関数の引数として別の変数や解析周波数を使うことができる。Xgeomで図5に示す誘電体の周波数依存性を再現するには、式2を下記のように記述し、誘電体材料のパラメータとして“Erel”にMagEr, “

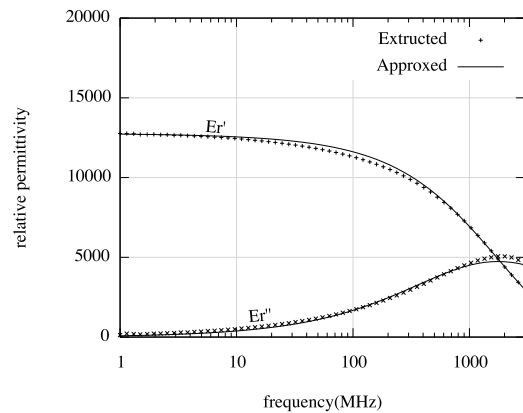


図5 $SrTiO_3$ 系誘電体を使用したキャパシタの測定値から抽出した複素比誘電率と近似値 式2で $\epsilon_{r0} = 12766, \tau_0 = 9.048 \times 10^{-11}, \epsilon_{r\infty} = -2972, \alpha = 0.31$ とした。

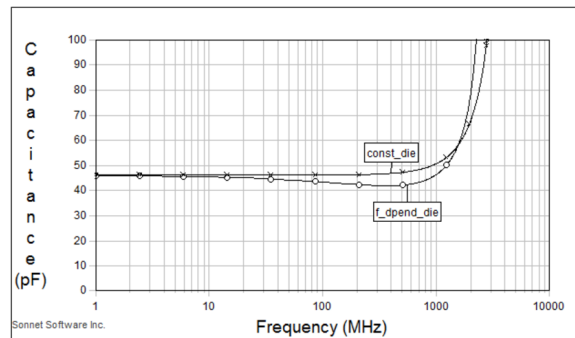


図6 テクダイヤ社 fig6 50pF キャパシタの電磁界解析結果

“const Er.Tand”は周波数依存性のない誘電体モデル, “freq.dependent material”は周波数依存性のある誘電体モデル. 10MHzから1GHzの領域で誘電体モデルの差異が現れている. 1GHz以上では電極形状に依存する自己共振周波数の影響で急激な上昇が見られる。

*2 Emgraphの関数の引数には複素数が許される。関数の型は実数でなければならない。結果が複素数となる関数では、デフォルトで実数成分が返される。必要に応じて実数成分か虚数成分かを明示指定することもできる。

*3 詳細な手順が文献 [10]“付録 A Sonnet Emgraph のユーザー定義関数への β_p の定義”に説明してある。

*4 Emgraphでは $\cos^{-1}(x)$ が $0 \sim \pi$ の範囲の値を持つように定義されているのでグラフの縦軸は $|\beta_p|$ になる。メタマテリアルについての文献では4.2GHz以下の領域で $\beta_p < 0$ と表記することが多い。また、グラフの横軸を β_p , 縦軸を ω とすることが多い。

*5 三角関数や指数対数関数, 複素数も取り扱うことができる。

Dielectric Loss Tan”に tand を定義すれば良い*6。

```

er0          12766
eri          -2972
f0           1.759e9
alpha        0.31
ReEr         real(eri+(er0-eri)
              /(1+(sqrt(-1)*freq/f0)^(1-alpha)))
ImEr         -imag(eri+(er0-eri)
              /(1+(sqrt(-1)*freq/f0)^(1-alpha)))
MagEr        sqrt(ReEr^2+ImEr^2)
tand         ImEr/ReEr

```

■解析例 図 6 に上記の誘電体材料モデルを使用した 50pF のキャパシタの電磁界解析結果を示す。誘電体材料の周波数依存性を再現したモデルでは 10MHz から 1GHz にかけて静電容量の低下がみられる。

4 KID の解析モデルと評価の改良

■KID とは Kinetic Inductance Detector は超電導導体で構成した共振器の共振周波数が微弱なエネルギーで変化することを利用した検出器である [15]。共振周波数の異なる多数の KID を平面上に配置し、それらを伝送線路に疎結合させることで、各 KID の出力を一本の伝送線路に重畳して取り出すことができ、光やミリ波に対する高感度のイメージセンサーを実現することができる [16]。

■電磁界解析の課題 KID の単体の素子は Sonnet Lite で解析可能である。しかし、KID の共振器では検出感度を高めるため数万を超える高い Q ファクタが望まれ、電磁界シミュレータにもその再現が期待される。そのために高周波用電磁界シミュレータは次の 2 つの課題を解決する必要がある。

- 高い Q ファクタを再現するための周波数分解能、あるいは容易な評価方法
- 超伝導導体の温度依存性の再現

■Q ファクタ抽出方法 Q ファクタは KID だけでなくワイヤレス給電など殆どあらゆる受動素子の本質的な品質を示す指標である。Q ファクタは、S パラメータから中心周波数 f_0 と半値幅 Δf を読み取り、 $Q = f_0/\Delta f$ で求める方法が一般的である。この方法は自動的な処理との整合性が悪く、また Q ファクタ

が高い場合は半値幅 Δf の抽出精度が不足しがちで、しばしば大きな誤差が生じていた。

文献 [17] では Q ファクタを抽出する次の式が示されている。

$$Q = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{z'(\omega_0)}{z(\omega_0)} \right| \text{ または } Q = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{y'(\omega_0)}{y(\omega_0)} \right| \quad (3)$$

この方法では S パラメータファイルを一義的に Z パラメータまたは Y パラメータに変換し、自動的に Q ファクタを抽出することができる*7。

■Q ファクタを抽出するユーザー定義関数 Sonnet の Emgraph に式 3 を下記のように記述すれば、Q ファクタを容易に評価することができる。

```

FREQ /2 /real(A[f])
*sqrt (
    (real(A[f+1])-real(A[f-1]))^2
    + (imag(A[f+1])-imag(A[f-1]))^2
) /(FREQ[f+1]-FREQ[f-1])

```

Emgraph の関数定義では、FREQ は Hz を単位とする周波数、FREQ[f] は f 番目のデータの周波数、A[f] は同様に f 番目のデータを意味する。この関数では f-1 と f+1 を利用して、周波数 FREQ[f] における複素数 A[f] の微係数を求めている。グラフをプロットする場合は A[f] に Z パラメータか Y パラメータを指定する。ただし、KID の場合は Y パラメータを指定する*8。

■超伝導導体のモデル 従来、高周波分野では超伝導導体の超低損失な特徴が期待され、高周波シミュレーションでは超伝導導体を単に導電率 0 の理想導体としてモデル化することが多かった。ところが超伝導導体は次式で表される有限な損失とリアクタンスを持つ [19]。

$$R_S = \frac{1}{2} \omega^2 \mu_0^2 \lambda_L^3(T) \sigma_N \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \quad (4)$$

$$L_S = \mu_0 \lambda_L(T) \quad (5)$$

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4}} \quad (6)$$


ここに T は絶対温度、 T_c は臨界温度、 σ_N は常伝導電子による導電率、 μ_0 は真空中の透磁率、 λ_L 磁気侵

*7 詳細な手順が文献 [18] に説明してある。

*8 Z パラメータを指定するか Y パラメータを指定するかは、その回路のトポロジに依存する。KID の場合は共振回路を負荷に直列になるように結合させるので、Z パラメータは定義できない。

*6 詳細な手順が文献 [11] “4 電磁界解析モデルへの利用” に説明してある。

入長, R_s シート抵抗, L_s シートインダクタンスである. KID はこの T/T_c の微小な変化で L_s が大きく変化する性質を利用している.

■超伝導導体の温度依存性を実現するユーザー定義関数 Xgeom でこれを再現するには, 上式を下記のように記述し^{*9}, 导体モデルを“General ”とし“Rdc”にRs, “Xdc”にXsを定義すれば良い^{*10}.

```
T = 4.2
T_c = 8.7
Lambda_L0 = 8.5e-008
sigma_n = 11690000
u0 = 4*pi*10^(-7)
omega = 2*pi*freq
Lambda_LT = Lambda_L0/sqrt(1-(T/T_c)^4)
Rs = omega^2*u0^2/2*Lambda_LT^3
      *sigma_n*(T/T_c)^4
Ls = u0*Lambda_LT*1e12
Xs = omega*Ls*1e-12
```

*11

4.1 解析例

図 7^{*12} に LEKID^{*13}の電磁界解析モデルの一例を示す. 図 8 はその解析結果で, 温度による共振周波数の変化が明確に現れているし, Qファクタは周波数に対してなだらかな曲線を示している. このグラフの周波数分解能は $\approx \Delta f/60$ である.

周波数分解能が $\approx \Delta f/6$ の疎なデータを与えると, Qファクタの抽出値は共振周波数の近傍で大きな誤差を示す. その場合でも共振周波数から離れた周波数領域では周波数分解能が $\approx \Delta f/60$ の場合のQファクタの抽出値と一致するので, 共振周波数近傍のQファクタを容易に補間することができる.

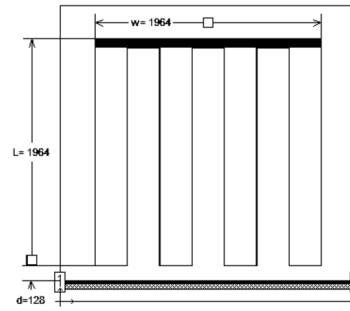


図 7 LEKID の電磁界解析モデルの一例
300 μ m 厚の Si 基板上に形成されている. 画面上端のインターデジタルキャパシタと中央のミアンダ線路が共振器を構成し, 画面下端の 50 Ω コプレーナ線路と疎結合している. インターデジタルキャパシタは, 左から 4 本, 右から 5 本の対向部へ伸びる電極で構成されている. 導体の線路幅と間隔は 4 μ m である. このモデルは Sonnet Lite で解析できる.

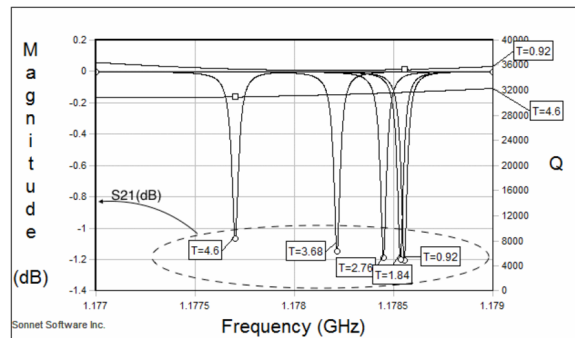


図 8 LEKID の電磁界解析結果の一例
左の目盛には温度を 0.92 $^{\circ}$ K から 4.6 $^{\circ}$ K まで 5 段階に変化させた場合の S_{21} を示している. 温度の上昇に伴い共振周波数の変化が大きくなる様子が再現されている. 右の目盛には温度が 0.92 $^{\circ}$ K と 4.6 $^{\circ}$ K の場合の Qファクタを示している.

謝辞

図 5 に示すデータはテクダイヤ株式会社 [13] の本多様からご提供いただきました.

参考文献

- [1] J.C. Rautio and R.F. Harrington, “An electromagnetic time-harmonic analysis of shielded microstrip circuits,” *Microwave Theory and Techniques*, IEEE Transactions on, vol.35, no.8, pp.726–730, aug 1987. <http://www.sonnetsoftware.com/resources/>
- [2] I.O. Forum, “Touchstone(r) file format

*9 詳細な手順が文献 [20] “2.5 超伝導導体” に説明してある.
*10 Sonnet には “Normal” や “Rdc/Rrf” など多くの导体モデルが用意されているが, 超伝導導体を扱うことができる导体モデルは “General” だけである. “General” 导体モデルではパラメータとして “Xdc”, “Ls” を使用するが, Sonnet Lite では Ls の使用が制限されており, Xs しか使うことができない.
*11 T , T_c , $\lambda_L(0)$, σ_N に Niobium を想定した値を設定した.
*12 文献 [21]*4. Lumped Element Kinetic Inductance Detectors” に この LEKID の設計手順の詳細な解説がある.
*13 集中定数素子を使用して共振器を構成した KID を, 特に LEKID(Lumped Element KID) と呼ぶ. あるいは, 共振周波数としてマイクロ波周波数帯をつかうものを MKID(Microwave KID) と呼ぶ.

- specification version 2.0,” Apr. 24 2009. https://ibis.org/touchstone_ver2.0/touchstone_ver2_0.pdf
- [3] 石飛徳昌, “Sonnet による磁気トランスの解析,” 2010. http://www.SonnetSoftware.co.jp/support/tips/magnetic_transformer.pdf
- [4] 石飛徳昌, “ワイヤレス給電システムの最大効率 η_{\max} のプロット,” CEATEC2014 出展社セミナー ES10,NW13,4J, Oct. 2014. <http://www.sonnetsoftware.co.jp/product/seminar/ceatec2014/>
- [5] 大平 孝, “高周波電力伝送系における最大効率の統一理論,” 信学技報 WPT2014-5, vol.114, no.9, pp.23–25, 2014-04-17.
- [6] 石飛徳昌, “Sonnet を使った crlh(composite right/left-handed) 線路の解析,” Sept. 2011. <http://www.sonnetsoftware.co.jp/support/tips/crlh/crlhline.pdf>
- [7] 石飛徳昌, “S パラメータとユーザー定義関数による安定係数 k の表示,” ソネット技研. http://www.sonnetsoftware.co.jp/support/tips/user_defined_equation/
- [8] A.F. Horn, J.W. Reynolds, and J.C. Rautio, “Conductor profile effects on the propagation constant of microstrip transmission lines,” Microwave Symposium Digest (MTT), 2010 IEEE MTT-S International, pp.868–871, may 2010.
- [9] C. Caloz and T. Itoh, Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications, Wiley - IEEE, Wiley, 2005.
- [10] 石飛徳昌, “Sonnet を使った crlh(composite right/left-handed) 線路の解析,” 2011. <http://www.SonnetSoftware.co.jp/product/seminar/tsy2012/tsy2012.pdf>
- [11] 石飛徳昌, “単板コンデンサの誘電体の複素比誘電率の周波数依存性の抽出,” 2012. http://www.SonnetSoftware.co.jp/support/tips/freq_dep_dielectric/freq_dep_dielectric.pdf
- [12] 村田製作所(編), セラミックコンデンサの基礎と応用, オーム社, 2003.
- [13] テクダイヤ社, “高周波・光デバイス用セラミック製品”. <http://www.tecdia.com/jp/>
- [14] 家田正之, “誘電体・絶縁体の電気物性,” 電気・電子材料ハンドブック, pp.8–12, 1987.
- [15] A. Baryshev, J.J.A. Baselmans, A. Freni, G. Gerini, H. Hoevers, A. Iacono, and A. Neto, “Progress in antenna coupled kinetic inductance detectors,” Terahertz Science and Technology, IEEE Transactions on, vol.1, no.1, pp.112–123, Sept. 2011.
- [16] P.K. Day, H.G. Leduc, A. Goldin, T. Vayonakis, B.A. Mazin, S. Kumar, J. Gao, and J. Zmuidzinas, “Antenna-coupled microwave kinetic inductance detectors,” Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol.559, no.2, pp.561–563, 2006.
- [17] 大平 孝, “共振回路のQファクタ,” MWE2011 TL2011 05a, Dec. 2011. http://apmc-mwe.org/mwe2012/pdf/tut11/TL2011_05a.pdf
- [18] 石飛徳昌, “Emgraph と touchstone ファイルの活用,” 2013. <http://www.SonnetSoftware.co.jp/product/seminar/ceatec2016/ceatec2016.pdf>
- [19] 大沼俊朗, 超伝導電磁気学, コロナ社, 1995.
- [20] 石飛徳昌, “Sonnet 入門,” (有) ソネット技研. <http://www.SonnetSoftware.co.jp/>
- [21] R. Markus J, Development of lumped element kinetic inductance detectors for mm-wave astronomy at the IRAM 30m telescope, Karlsruhe Institut fur Technologie Scientific Publishing, 2013.

連絡先

石飛徳昌
有限会社ソネット技研
千葉県佐倉市ユーカリが丘 5-1-1-706
tovy@SonnetSoftware.co.jp