

Sonnet を使った CRLH(Composite right/left-handed) 線路の解析

有限会社ソネット技研 石飛 徳昌 tovy@ieee.org

2011 年 9 月 25 日

概要

文献 [1] に記載されている CRLH 線路の単位セルについて、より精度が高く簡単に Sonnet に適した等価回路の抽出方法を提案し、その方法で等価回路の抽出を行った。さらにその単位セルを多数縦列接続した場合の解析法についても Sonnet を使った回路解析モデルと、電磁界解析モデル、さらに境界条件の違いについて検証した。

目次

1	対象とする構造	1
2	等価回路の抽出	2
2.1	Sonnet のモデル	2
2.2	等価回路の有効範囲	2
2.3	素子値抽出の方法	2
2.4	L_L と Via の構造寸法	3
2.5	位相定数 βp の抽出	3
2.6	素子値の抽出	3
3	9 セル線路の解析	4
3.1	三つの解析手法	4
3.2	解析結果と考察	5
4	まとめ	5
付録 A	Sonnet Emgraph のユーザー定義関数への βp の定義	6
A.1	S パラメータと βp	6
A.2	Emgraph のユーザー定義関数	6

A.3	数値計算における \cos^{-1} の範囲	6
-----	------------------------------------	---

付録 B	L 型 2 端子対回路の素子値抽出方法の検証	7
------	-------------------------------	---

B.1	検証モデル	7
B.2	検証結果	7
B.3	理論付け	7

1 対象とする構造

文献 [1] の Fig.3.40. の単位セルとそれを 9 個接続したモデルを再現してみる。図 1 はその単位セルの構造を示す。ここに $p=6.1\text{mm}$, $l_c=5.0\text{mm}$, $w_c=2.4\text{mm}$, $l_s=8.0\text{mm}$, $w_s=1.0\text{mm}$, インターデジタルキャパシタの線路幅は 0.15mm , 線間は 0.1mm で、基板材料は Rogers RT/duroid 5880 で $\epsilon_r=2.2$, $\tan \delta=0.0009$, $h=62\text{mil}$ である。

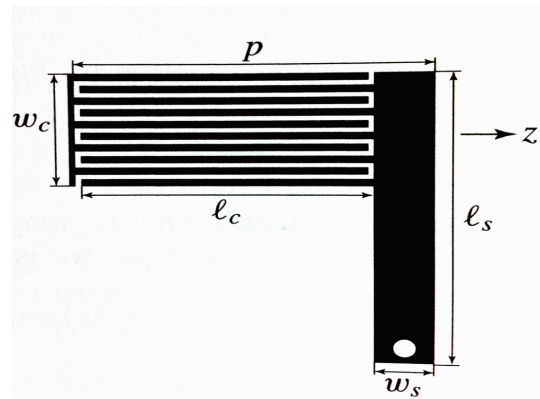


図 1 文献 [1] の Fig.3.40. 記載の単位セル

2 等価回路の抽出

文献 [1] では等価回路は図 2 の様に記載されている。この等価回路素子値を Sonnet を使って抽出する。

2.1 Sonnet のモデル

図 3 から図 6 に Sonnet のモデルの詳細を示す。側面の境界の影響を避けるためモデルの周囲には $2h$ 程度の空間を確保してある。

2.2 等価回路の有効範囲

図 7 は図 6 の解析結果である。6GHz 以上の周波数領域では、図 2 の回路トポロジでは実現できない周波数特性が見られる。それ故、このモデルを等価回路に沿って議論できるのは概ね 6GHz 以下の周波数に限られる。

2.3 素子値抽出の方法

図 8 の様に、このモデルの入出力ポートを同相で駆動した場合 (Even mode) と逆相で駆動した場合 (Odd mode) を考える。本稿ではこれを Even mode, Odd mode と呼ぶことにする。等価回路上は、図 9 の様に Even mode では L_R と C_L が短絡され C_R と L_L だけを観測することができる。Odd mode では C_R と L_L が除外され L_R と C_L だけを観測することができる。^{*1}それぞれの場合に、さらに角周波数 ω に応じて次表の様に等価回路素子値を知ることができる。

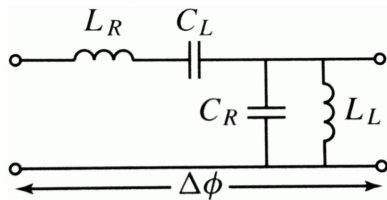


図 2 文献 [1] の Table.3.2 記載の等価回路

*1 付録 B 参照

Thickness (mm)	Mat. Name	Erel	Dielectric Loss Tan
15.0	Unnamed	1.0	0.0
1.57	ε6880	2.2	9.0e-4

図 3 層構造の定義

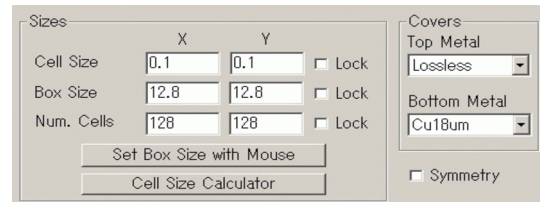


図 4 box の定義

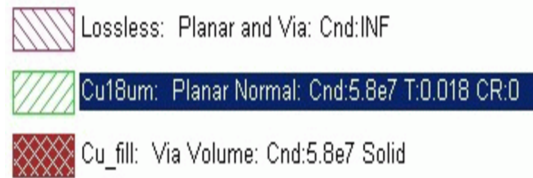


図 5 導体の定義

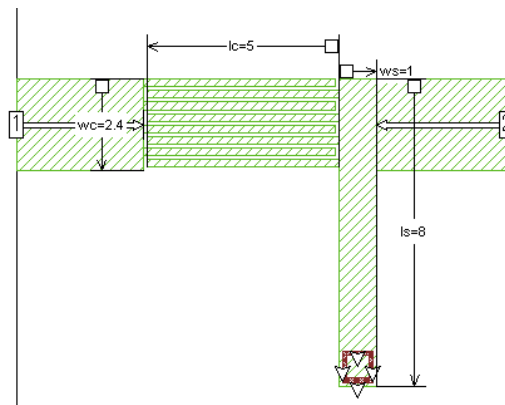


図 6 導体パターン

ω	Even	Odd
≈ 0	$\text{Im}(Z) = \omega L_L$	$\text{Im}(Y) = \omega C_L$
$\approx \omega_{se}, \omega_{sh}$	$\omega = \omega_{sh}$ の時 $\text{Im}(Z) = \infty$	$\omega = \omega_{se}$ の時 $\text{Im}(Y) = \infty$
$\gg \omega_{se}, \omega_{sh}$	$\text{Im}(Y) = \omega C_R$	$\text{Im}(Z) = \omega L_R$

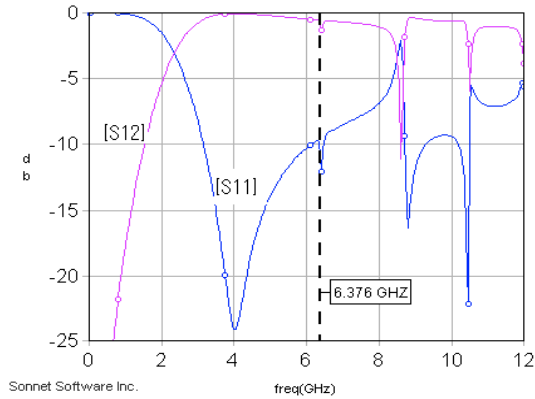


図7 単位セルの電磁界解析結果

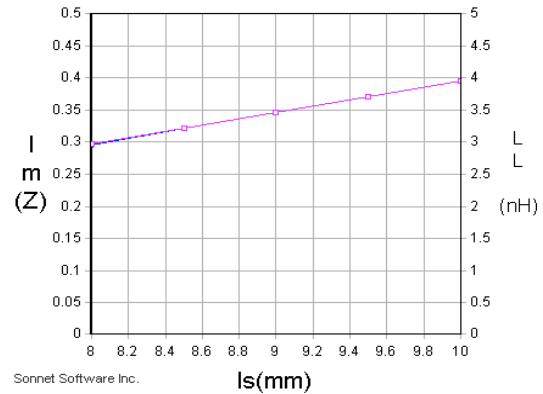


図10 l_s に対する L_L の解析結果

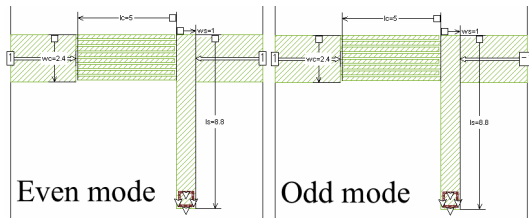


図8 Even mode と Odd mode のモデル

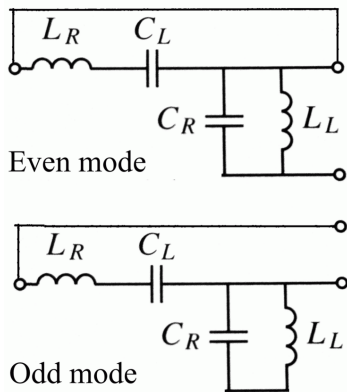


図9 Even mode と Odd mode の等価回路

しかしこのモデルが等価回路に沿って動作するのは概ね 6GHz 以下であり、その領域では $\omega \gg \omega_{se}, \omega_{sh}$ と見なすことができない。それゆえ C_R, L_R は

$$C_R = 1/(\omega_{sh}^2 L_L) \quad (1)$$

$$L_R = 1/(\omega_{se}^2 C_L) \quad (2)$$

として求めなければならない。

2.4 L_L と Via の構造寸法

このモデルでは長さ $l_s=8.0\text{mm}$ のスタブ先端が、長さ $h=1.57\text{mm}$ の VIA で接地されているから、 L_L を抽出するに当たって VIA の構造寸法は重要である。ところが文献 [1] には VIA の構造が明記されていない。そこで図 6 ではスタブ先端から 0.5mm の位置に一辺 0.8mm の正方形の VIA を配置した。その上で、 l_s の長さを変化させて L_L をプロットしたのが図 10 である。^{*2}

文献 [1] では $l_s=8\text{mm}$ で $L_L=3.38\text{nH}$ とあるが、これと解析結果は一致しない。そこで以後の検討では $L_L=3.38\text{nH}$ となるよう $l_s=8.8\text{mm}$ とした。

2.5 位相定数 βp の抽出

図 11 は、^{*3} 図 6 のモデルで l_s を約 8.8mm とした場合の βp である。図 12 には比較のため文献記載の βp を示す。^{*4} 少なくとも 6GHz 以下の周波数領域で両者は良く一致している。

2.6 素子値の抽出

図 8 の Even mode と Odd mode の解析結果が図 13 である。

このグラフから L_L, C_L, f_{sh}, f_{se} をそれぞれ読み取り、次に式 1 から C_R を式 2 から L_R を求めた。

^{*2} 周波数 0.0159GHz で解析した。モデルの大きさに比べて十分長い波長で、且つ $10^N/(2\pi)$ となる周波数を選んだ。

^{*3} 付録 A 参照

^{*4} 比較を容易にするため、文献記載の図の軸を入れ替え、 βp の表示範囲を $0 \sim \pi$ に修正して表示してある。

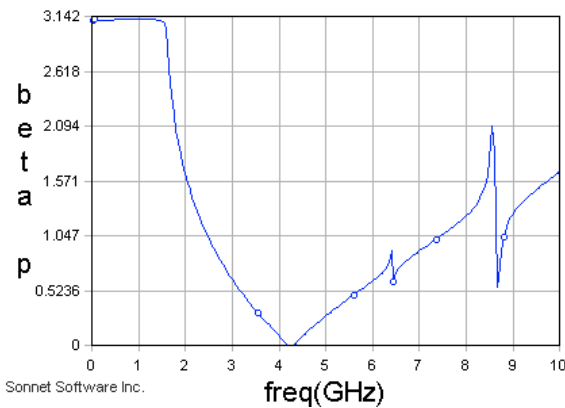


図 11 単位セルの電磁界解析から抽出した位相定数 β_p

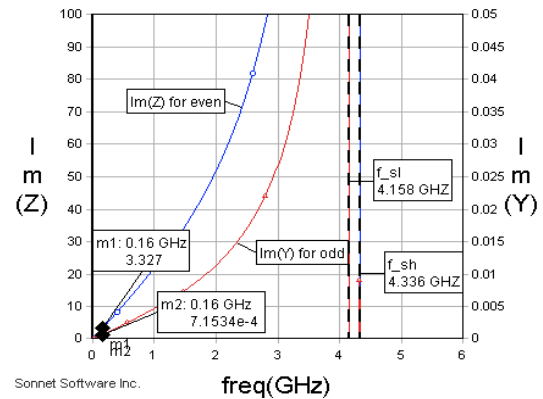


図 13 Even mode と Odd mode の電磁界解析結果

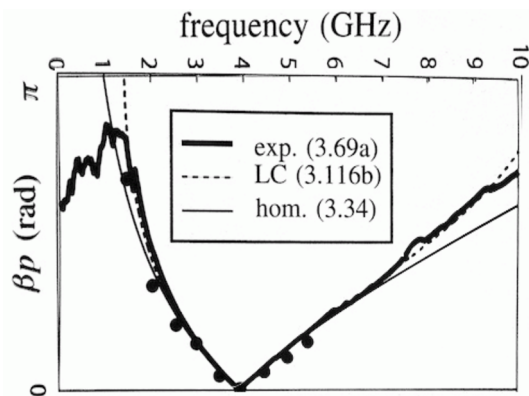


図 12 文献 [1] の位相定数 β_p

その他抽出した主なパラメータを文献記載の値と共に次表にまとめる。

パラメータ	Sonnet	文献 [1]
C_L	0.716pF	0.68pF
L_L	3.327nH	3.38nH
C_R	0.405pF	0.5pF
L_R	2.05nH	2.45nH
Z_L/Z_R	0.97	1.01
$f_0 = \sqrt{\omega_{se}\omega_{sh}}$	4.246GHz	3.9GHz

電磁界解析の結果から抽出した値と文献記載の値とは無視しがたい差がある。文献 [1] 3.3.3 によると、先ず単位セルをインターデジタルキャパシタ部の π 型等価回路と短絡スタブ部の T 型等価回路に分割し、次にそれぞれから等価回路素子を抽出し、最後に両者の結果を回路論的に合成している。この

方法が正しいためにはインターデジタルキャパシタ部と短絡スタブ部の接続面が純 TEM 線路でなければならない。

一方本稿の方法では単位セル全体の解析結果から等価回路素子を抽出しているので、インターデジタルキャパシタ部と短絡スタブ部の接続面の伝搬モードが TEM モードである必要はない。それゆえ本稿の方法により抽出した値の方がより正しいと考えられる。

3 9 セル線路の解析

3.1 三つの解析手法

単位セルを 9 個接続した線路を解析するに当たり三つの解析手法とその得失を紹介する。

■**回路解析** 図 14 のモデルでは、各セルを電磁界解析し、その結果たる S パラメータを 9 個縦列接続している。このモデルでの解析は非常に速いが、セル間の結合や放射は再現されない。

■**カットオフ空間中の電磁界解析** 図 15 は単位セルを 9 セル縦列接続したモデルを狭い空間に収めたモデルである。9 セル全体を電磁界解析するのでセル間の結合も再現される。しかし解析空間は解析波長に対してカットオフとなるように狭く設定されるので、放射の様子は正確には再現されない。解析に必要なメモリは約 90MB で、比較的短時間で解析可能である。

```

PRJ 1 2 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 2 3 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 3 4 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 4 5 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 5 6 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 6 7 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 7 8 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 8 9 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
PRJ 9 10 unit_a.son Hierarchy Sweep
lc=5.0 wc=2.4 ws=1.0 ls=8.0
DEF2P 1 10 Net Main Network

```

図 14 9セル線路の回路解析モデル

■開放空間での電磁界解析 図 16 は解析空間を拡張し、上部を開放境界としたモデルである。このモデルでは放射まで正しく再現されるが、解析に必要なメモリは約 400MB となり、解析時間は数時間に及ぶ。

3.2 解析結果と考察

図 17 は上記の三つの方法で解析した結果で、比較のために文献 [1] Fig.3.42(a) 記載の特性を図 18 に示した。

■1.5GHz 以下での S_{21} 図 17 において 1.5GHz 以下での S_{21} に注目すると図 16 の開放空間での結果が他と異なる。これはポート間のアイソレーションを完全に補正できていないことに起因すると思われる。このモデルで使われているポートのアイソレー

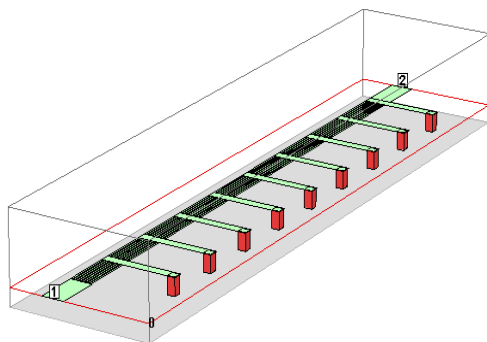


図 15 カットオフ空間に置いた 9セル線路の電磁界解析モデル

ションは通常 -80dB 程度である。

■3GHz 以上での S_{11} 図 14 の回路解析モデルと電磁界解析の結果は概ね 3GHz 以上で乖離し始める。その領域でも電磁界解析の結果は境界条件にはほとんど依存せず、結果の乖離は回路解析モデルだけにしか生じていない。このことから原因は単位セル同士の結合が強まるためであろうと考えられる。

■4~5GHz での S_{21} 開放空間の 4~5GHz での S_{21} は、カットオフ空間でのそれに比べやや小さい。これは放射損によるものであろう。

■4.7GHz 付近での S_{11} 図 17 と図 18 では 4.7GHz 付近での S_{11} に明確な違いがある。この違いは回路解析モデルでも発生しているので、境界や実験環境に起因するのではなく、もっと明確な何かの寸法やパラメータの食い違いがある可能性がある。例えば、VIA の処理、あるいは線路両端の整合条件に起因する可能性もある。

■放射 図 19 開放空間での電磁界解析の結果から求めた放射の様子で、 $f_0 \approx 4\text{GHz}$ の前後で放射方向が変化している様子がわかる。

4 まとめ

非常に小さな解析リソースで単位セルの等価回路を容易に抽出できた。また 9セルの線路についても回路解析モデルで相当に実用的なレベルの精度が得られることを示した。

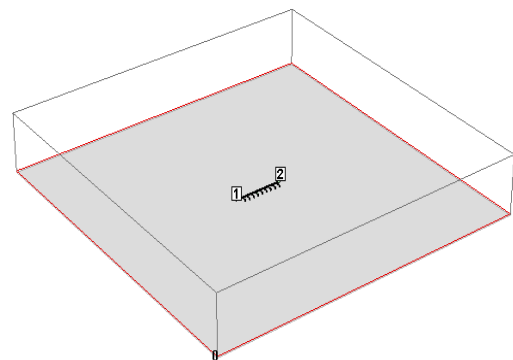


図 16 開放空間での 9セル線路の電磁界解析モデル

参考文献

- [1] C.Caloz and T.Itoh, Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications. New York: Wiley, 2006.

付録 A Sonnet Emgraph のユーザー定義関数への βp の定義

Sonnet の解析結果を表示するプログラムモジュール Emgraph には、S パラメータを引数とした関数をユーザーが独自に定義してグラフとして表示できる機能がある。本稿では位相定数 βp の表示にこの機能を使った。

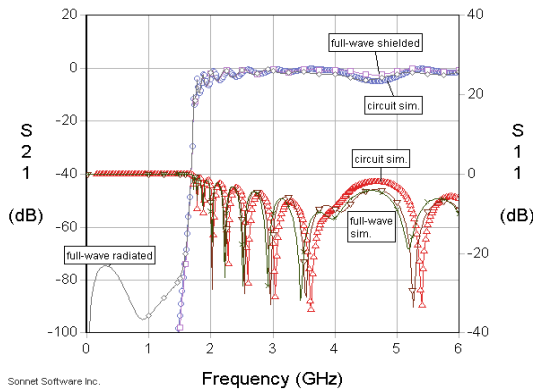


図 17 9セル線路の解析結果

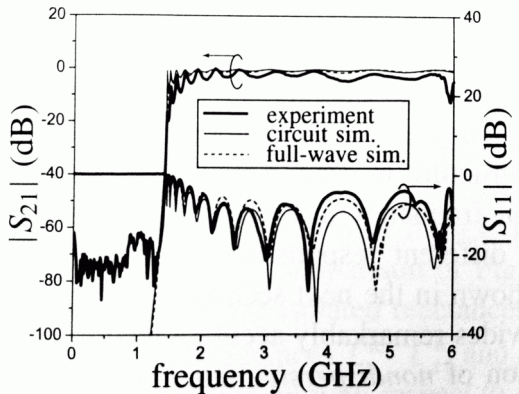


図 18 文献 [1] の 9セル線路の特性

A.1 S パラメータと βp

βp は S パラメータから次式で求められる。

$$\cos^{-1} \frac{1 - S_{11}S_{22} + S_{21}S_{12}}{2S_{21}} \quad (3)$$

この式中の S パラメータの要素はもちろん複素数である。

A.2 Emgraph のユーザー定義関数

Sonnet の Emgraph では [Equation]-[Manage Equations...] で “Equation Management” ダイアログを開き、[New...] ボタンで新しい関数を定義することができる。定義した関数は、容易にグラフにプロットすることができる。

関数の引数には複素数が許される。しかし最終的な関数の型は実数でなければならない。結果が複素数になる関数では、デフォルトで実数成分が返される。必要に応じて実数成分か虚数成分か real 関数、または imag 関数で明示指定することもできる。式 3 は、次のように定義すれば良い。

$$\text{ACOS}((1 - (S_{11} * S_{22}) + (S_{21} * S_{12})) / (2 * S_{21}))$$

この ACOS 関数については注意すべき点がある。

A.3 数値計算における \cos^{-1} の範囲

図 20 を見るまでもなく $\cos \theta$ は、 $-1 \sim 1$ の値を持つ周期関数である。ところが一般に周期関数の逆関数は複数の値をもつので、数値計算では逆関数の値が定義される範囲を決めなければならない。 $\cos^{-1}(x)$ の場合は $0 \sim \pi$ の範囲の値を持つように定義される事が多い。

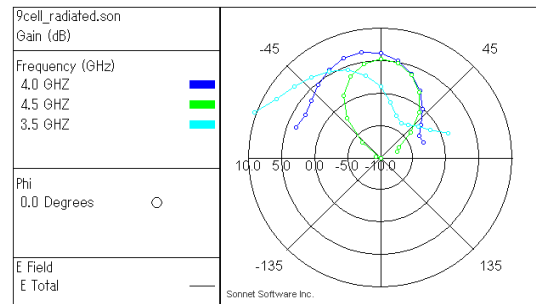


図 19 9セル線路からの放射解析結果

付録 B L型2端子対回路の素子値抽出方法の検証

B.1 検証モデル

図 21 ではモデルの上下に全く同じ 2 端子対回路が配置されている。その L 型 2 端子対回路は、端子間を接続する抵抗 R_h と一方の端子を接地する抵抗 R_v で構成されている。下半分のモデルの二つの端子対は同相で駆動される Even mode、上半分のモデルの二つの端子対は逆相で駆動される Odd mode となるようポートが接続されている。回路のリアクタンス分は無視できるように、解析周波数は非常に低く設定されている。このモデルで R_h と R_v をそれぞれ $1\text{m}\Omega \sim 1\text{M}\Omega$ まで変化させて解析した。

B.2 検証結果

図 22 は Even mode の結果で、端子から回路を見たインピーダンス Z_{even} は R_v に等しい。またそれは R_h に依存しない。

図 23 は Odd mode の結果で、端子から回路を見たインピーダンス Z_{odd} は R_h に等しい。またそれは R_v に依存しない。

B.3 理論付け

■同相 Even mode では R_h は短絡されるので、端子から回路を見たインピーダンス Z_{even} は R_v に等しくなる。

■逆相 Odd mode での端子から回路を見たインピーダンス Z_{odd} は、左側の端子から回路を見たインピーダンス Z^+ と右側の端子から回路を見たインピーダンス Z^- との差である。例えばこのモデル

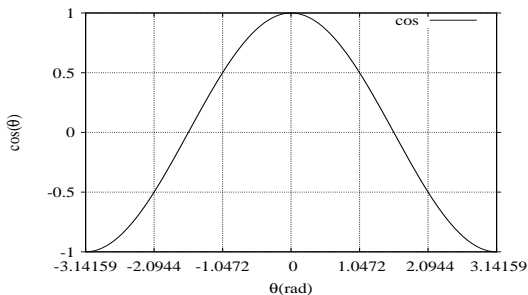


図 20 cos 関数

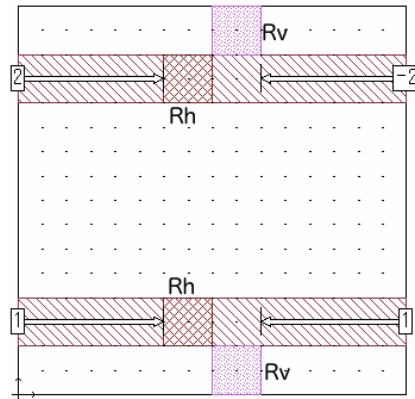


図 21 L 型 2 端子対回路の素子値抽出方法を検証するモデル

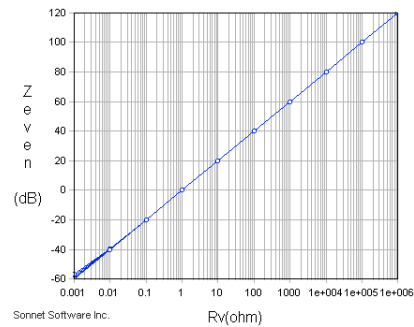


図 22 Even mode の Z_{even}

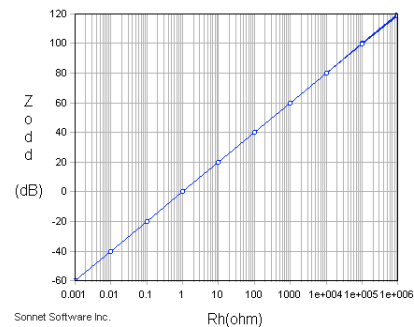


図 23 Odd mode の Z_{odd}

では

$$Z^+ = R_h + R_v \quad (4)$$

$$Z^- = R_v \quad (5)$$

$$Z^+ - Z^- = R_h + R_v - R_v \quad (6)$$

$$Z_{\text{odd}} = R_h \quad (7)$$

端子から回路を見たインピーダンス Z_{odd} は R_h に等しくなる。